

**2000 年中华人民共和国普通高等学校联合招收
华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试
数 学**

满分 100 分，考试用时 120 分钟

题号	一	二	三							总分
			21	22	23	24	25	26	27	

考生注意：这份试卷共三个大题，所有考生做第一、二题，在第三（21、22、23）题中任选两题；报考理工农医类的考生做第三（24、25）题，报考文史类的考生做第三（26、27）题。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

1、函数 $y = \frac{x+3}{2x-1} \left(x \neq \frac{1}{2} \right)$ 的反函数是 ()

A $y = \frac{2x-1}{3x+3} (x \neq -3)$ B $y = \frac{x+3}{2x-1} \left(x \neq \frac{1}{2} \right)$

C $y = \frac{3x+1}{2-x} (x \neq 2)$ D $y = \frac{x+3}{1-2x} \left(x \neq \frac{1}{2} \right)$

2、满足 $x^2 - \tan x = 0$ 的实数 x 总共有 ()

A 1 个 B 2 个 C 3 个 D 无穷多个

3、方程 $y + 2\sqrt{3-x^2} = 0$ 所表示的曲线是 ()

A 一个圆 B 半个圆 C 半个椭圆 D 一个椭圆

4、在小于 100 的正整数中，能被 3 整除的所有各数之和为 ()

A 1632 B 1683 C 3264 D 3366

5、体积为 $8m^3$ ，全面积为 $22m^2$ 的长方体 ()

A 不存在 B 只有 1 个 C 共有 2 个 D 有无穷多个

(6-7) 设多项式 $p(x) = x^5 + x^4 + ax^2 + x + b$ 除以 $x^2 + x + 1$ 所得的余式为 $x + 2$ ，则

6、 $a =$ ()

A 2 B 0 C -1 D -3

7、 $b =$ ()

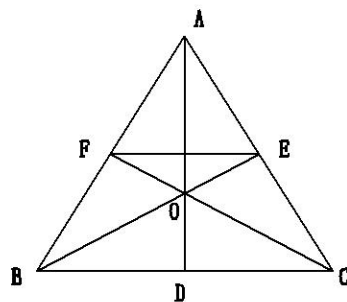
A 3 B 1 C -1 D -2

(8-10) 如图， $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形，点 O 是中心， D 、 E 、 F 分别是各边的中点，则

8、 $\overrightarrow{AE} \cdot (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BO}) =$ ()

A $-\frac{1}{2}$ B $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

C $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D $\frac{1}{2}$



9、在 $\overrightarrow{CO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \lambda\overrightarrow{EF}$ 中，实数 $\lambda =$ ()

A $-\frac{4}{3}$ B $\frac{4}{3}$ C $-\frac{2}{3}$ D $\frac{2}{3}$

10、下列等式不成立的是 ()

A $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ B $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AE}$ C $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO}$ D $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BD}$

(11-12) 设 $x > 0$, $y > 0$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = 4$, $z = 2\log_4 x + \log_2 y$, 则

11、 z 的最小值是 ()

A -4 B -3 C $-\log_2 6$ D $2\log_2 \frac{3}{8}$

12、使 z 取最小值的实数对 (x, y) 的值为 ()

A $(1, \frac{1}{6})$ B $(\frac{3}{8}, \frac{3}{8})$ C $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ D $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。把答案填在题中横线上。

13、设实数 $t > 0$ ，矩阵 $M = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} t-2 & 1 \\ t & 2 \end{pmatrix}$ 。若 $\det(MN) = 0$ ，则 t 的值为

14、数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = 5n - 3n^2$ ($n \in \mathbb{Z}^+$)，则 $a_{20} =$ _____

15、现有两种型号的照相机各 10 部，从中任意抽取 3 部进行质量检测，若要求抽检的照相机兼备两种型号，则不同的抽取方法共有 _____ 种

16、若 $(\sqrt[3]{x} + \frac{a}{x})^{12}$ 的展开式中常数项等于 440，则 a 的值为 _____

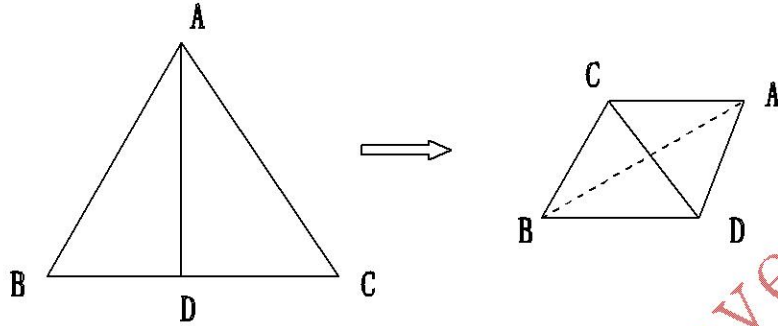
17、复数 $z = \frac{2(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})^5}{\sqrt{3} - i}$ 的辐角主值为 _____

18、与直线 $x + 2y - 3 = 0$ 垂直，且与抛物线 $y = x^2 - 2x + 2$ 只有一个公共点的直线之方程

为_____

19、给定两点 $A(-2,0)$ 和 $B(2,0)$ ，若动点 M 使直线 MA 和 MB 的斜率之乘积等于常数 -3 ，则点 M 的轨迹之方程为_____

20、设 $\triangle ABC$ 是边长为 4 cm 的正三角形， D 为 BC 的中点，若沿 AD 将 $\triangle ABC$ 折成 60° 的二面角（如图），则点 A 到直线 BC 的距离为_____ cm



三、解答题

21、（本题满分 10 分）

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A 、 B 、 C 所对的边长依次为 a 、 b 、 c ，且组成等比数列，公比 $q > 1$ ，当 $\cos B = \frac{3}{4}$ 时，求 q 和 $\sin C$ 的值

22、（本题满分 10 分）

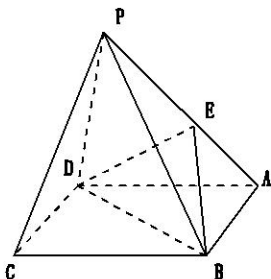
设直线 $l: \frac{x-6}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ 与平面 $\pi: 2x-2y+z=4$ 相交于点 P ，在平面 π 内，过点 P 作直线 $l_1 \perp l$ ，求点 P 的坐标和直线 l_1 的方程

23、（本题满分 10 分）

如图，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，点 E 是侧棱 PA 的中点， $PA \perp$ 平面 BDE

(1) (4 分) 求证： $PC \parallel$ 平面 BDE

(2) (6 分) 求直线 PB 与平面 BDE 所成的角之大小



24、(本题满分 10 分, 文史类考生不做)

考虑经过点 $A(0,2)$ 的直线 l , 以及经过两点 $P(-1,0)$ 和 $Q(3,0)$ 的圆 N , 若直线 l 与圆 N 相交于 B 、 C 两点, 且 $|AB|=|AC|$, $|BC|=|PQ|$, 求圆 N 和直线 l 的方程

25、(本题满分 10 分, 文史类考生不做)

已知二次函数 $f(x)$ 有最大值 8, 且 $f(2)=f(6)=0$, 求不等式 $|f(x)| \leq 10x$ 的解集

26、(本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

设常数 $a, b \in \mathbb{R}$, 联立方程组
$$\begin{cases} x+2y=b \\ y+bz=a \\ ax+2y+(a-1)z=0 \end{cases}$$
 有两组以上的解, 求 a, b 的值

27、(本题满分 10 分, 理工农医类考生不做)

圆 $N: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ 截直线 $l: y = k(x+1) - 2$ 所得的弦 PQ 之弦心距等于弦长 $|PQ|$, 求 $|PQ|$ 和 k 的值